

A qualidade do tempo no Domínio Sonoro e sua descrição através de modelos matemáticos

xxxxxx¹, xxxxx², xxxxx³ xxxxx⁴

¹Rua/Av. XXXXXXXX, n.º – Município-UF – CEP: xxxxx-xxx

¹Rua/Av. XXXXXXXX, n.º – Município-UF – CEP: xxxxx-xxx

¹Rua/Av. XXXXXXXX, n.º – Município-UF – CEP: xxxxx-xxx

¹Rua/Av. XXXXXXXX, n.º – Município-UF – CEP: xxxxx-xxx

xxxxxx@xxxxxx.me, xxxxxxxxxxxxxxxx@gmail.com xxxxxxxxxxxxxxxx@gmail.com
xxxxxxxxxxxxxxxxxx@gmail.com

Abstract. *The Sonic Domain is a finite abstract surface that includes entities in time and out of time (Xenakis 1990), where planning, development and analysis of musical materials are essentially made from a certain perspective on time / space in music . This article aims to: 1) present the mathematical models that describe the behavior of the elements in the ordered phase of the surface; and, 2); discuss the quality of musical time within the Sonic Domain.*

Keywords: *Sonic Domain, Time in Music, Mathematics and Music*

Resumo: *O Domínio Sonoro é uma superfície abstrata finita que comporta entidades fora e dentro do tempo (Xenakis 1990), onde planejamento, desenvolvimento e análise de materiais musicais se constituem, essencialmente, a partir de certa perspectiva acerca do tempo/espaço em música. O presente artigo tem como objetivo: 1) apresentar os modelos matemáticos que descrevem o comportamento dos elementos na fase ordenada da superfície; e, 2) discutir a qualidade do tempo musical no âmbito do Domínio Sonoro.*

Palavras-chave: *Domínio Sonoro, Tempo em Música, Matemática e Música*

1. Introdução

Antes de entrarmos de fato no assunto principal do presente artigo, propomos a realização de um experimento mental. Imaginemos o seguinte cenário: uma criança com não mais do que dez anos de idade, brinca diariamente pelas manhãs com sua bola. Ele sempre repete um mesmo movimento: joga a bola com toda sua força e observa o quão alto ela pode ir. Todos os dias ele obtém o mesmo resultado, a bola nunca atinge o ponto mais alto duas vezes. Intrigado, a criança propõe três modelos que expliquem este fenômeno: 1) ela, a criança, precisa usar mais força no primeiro arremesso; 2) com uma bola mais leve o resultado será diferente, e por fim; 3) não importa o quão forte ele arremesse a bola, ou quão leve ela seja, o resultado será sempre o mesmo. Sabemos que pela lei de conservação da energia (que postula que a energia mecânica de um sistema é a soma da energia cinética ($EC=1/2mv^2$) e da energia potencial ($EP=mgh$)), a trajetória da bola nunca atingirá o ponto mais alto duas vezes consecutivas. Contudo, a pergunta é: considerando o universo da

criança, os modelos criados por ela servem para descrever o fenômeno? A resposta que oferecemos é que sim e não. Sim, porque é matematicamente possível conceber uma fórmula considerando as três proposições da criança. E não, porque ao submeter as três fórmulas ao mundo real, apenas uma se mostrará verdadeira.

Este experimento mental, na verdade, pretende lançar algumas perguntas. Qual a porção de realismo que um modelo matemático representa? Pode um modelo matemático abarcar o fator tempo em seu amplo sentido? O que entendemos como momento e tempo?

Tais provocações evocam os campos da Física e Filosofia. Entretanto, para além destas discussões, pretendemos no presente trabalho conceituar o tempo no âmbito do Domínio Sonoro apresentando modelos matemáticos que o descreve, assumindo que: 1) o tempo no mundo físico é real; 2) o tempo em música é um recorte metrificado do tempo real; e, 3) todo sistema ou modelo matemático é apenas uma aproximação de uma porção do universo¹. Esta última afirmação, lançada por Smolin (2013) e aqui adaptada, pode parecer dura, mas, não é. Ela tem relação com o experimento mental aqui proposto quando assumimos que ambos modelos projetados pela criança servem para explicar o fenômeno por ela experimentado. Por mais que saibamos que o princípio de conservação de energia é uma lei da Física, e, portanto, soberana, ela não considera o tempo real, a realidade como um todo onde vivemos. Obviamente, isso não significa que todas as leis da Física suportadas por modelos matemáticos estão erradas. Pelo contrário, esta afirmação significa que os modelos matemáticos que suportam as leis da Física de nossa realidade, são verdadeiros, apesar de descrever uma porção da realidade. Esta é a ideia que nos interessa: assumir que no universo sonoro, sobretudo o da composição musical, nossos modelos e sistemas representam apenas uma porção da realidade, pois não controlamos o tempo real.

2. Domínio Sonoro

O Domínio Sonoro², doravante DS, é uma superfície abstrata finita que comporta entidades fora e dentro do tempo (Xenakis 1990), onde planejamento, desenvolvimento e análise de materiais musicais se constituem, essencialmente, a partir de certa perspectiva acerca do tempo/espço musical. É pretendido que, uma vez estabelecidos, os conceitos do DS forneçam ferramentas para a criação e desenvolvimento de materiais musicais, tendo como perspectiva a metodologia da modelagem sistêmica.

No tocante ao planejamento composicional e desenvolvimento dos materiais, é proposto o diálogo entre as instâncias organizacionais do Pensamento Sincrético (Halac 2013) (a saber: PEC - Potencial Expressivo Compositivo; VIS - Vetor Interativo Sincrético; e INT - Interação) e as propostas de Xenakis (1990) a respeito das fases do processo composicional. O primeiro e único texto acerca do Pensamento Sincrético foi publicado em 2013, por José Halac³, a fim de ser aplicado em uma de suas classes de composição. Desde então, a abordagem tem ganhado fôlego entre seus alunos. Contudo, até onde se sabe, nenhuma pesquisa científica foi dedicada ao assunto até o momento. Segundo Halac (2013, p. 1), o Pensamento Sincrético⁴ “*pode ser um modo de alcançar um nível de*

¹ Ver Smolin, 2013. Capítulo I “*Weight: the Expulsion of Time*”.

² O Domínio Sonoro, doravante DS, é um conceito que está sendo cunhado em pesquisa realizada no PPGM UFRJ pelo autor deste artigo. Os conceitos apresentados estão em constante evolução.

³ Mestre em composição pela Universidade da cidade de Nova Iorque - USA. Compositor e Professor Titular das disciplinas de composição I, II e III na Universidade Nacional de Córdoba – Argentina.

⁴ Para maiores informações, ver XXXXXX (2015b)

entendimento de algo que não corresponde a um contexto particular”. Em outras palavras, a abordagem estabelece conexões entre a matéria prima (ideia), seu comportamento (características da ideia) e metamorfose (interação e transformação).

Xenakis (1990) aponta oito protocolos não sistemáticos do processo composicional, das quais ao menos cinco se relacionam com as instâncias organizacionais do PS. Possivelmente, estas instâncias condensam em suas atribuições toda formalização dos protocolos de Xenakis. Por exemplo: as *concepções iniciais* e a *definição de entidades sonoras*⁵ (fases um e dois) mantêm proximidade com o PEC; a *definição das transformações*⁶ (fase três) se conecta ao VIS, e; a *microcomposição e implementação de cálculos*⁷ (fases quatro e seis) se assemelham a INT. Contudo, no contexto de Xenakis os protocolos são processados, sobretudo, através de processos estocásticos. Para além disto, o plano de organização composicional pretendido pelo DS associa os protocolos de Xenakis e as instâncias do PS através de seus próprios modelos matemáticos.

No tocante ao desenvolvimento e a análise de materiais, a superfície abstrata do DS é dividida em uma fase ordenada e outra não ordenada (Figura 1). Na fase não ordenada todos os materiais estão fora do tempo e sujeitos a inevitabilidade entrópica. Todavia, a expressão fora do tempo não deve ser entendida de maneira literal. Em nossa abordagem, fora do tempo significa que os elementos estão temporalmente sob entropia, desordenados e destituídos de qualidades. Por elementos, entendemos dinâmicas e alturas sem qualquer agrupamento temporal. Isto porque no estado entrópico, torna-se impossível extrair uma sequência de eventos, algo maior do que o momento presente, o instante, já que a relação de ordenação se estabelece a partir de previsões entre passado e presente. Esta condição não é real no estado entrópico de eventos.

Após o recorte de eventos da fase não ordenada e, a partir de uma função ordenadora, essencialmente temporal, os elementos ganham qualidade organizacional.

A aplicação da função ordenadora se dá pela fusão das entidades organizacionais do Pensamento Sincreticos e as fases fundamentais não sistemáticas do processo composicional de Xenakis.

A fase ordenada da superfície opera em duas ou três dimensões, considerando apenas as qualidades temporais dos elementos. Nesta fase, pode-se considerar a qualidade temporal de qualquer parâmetro (dinâmicas, alturas, durações, progressões harmônicas etc) desde que não simultaneamente. Há uma ramificação da fase ordenada, onde são consideradas qualidades de maneira simultânea. Isto faz com que a superfície se apresente em quatro ou mais dimensões. As implicações e modelos matemáticos envolvidos na ramificação da fase ordenada são bastante complexos e serão revelados em momento posterior.

Portanto, o modelo matemático que revelaremos no presente artigo, pretende descrever o comportamento dos elementos na fase ordenada bidimensional ou tridimensional da superfície que e fornecer meios de visualizá-lo.

⁵ Tradução nossa.

⁶ Tradução nossa.

⁷ Tradução nossa.

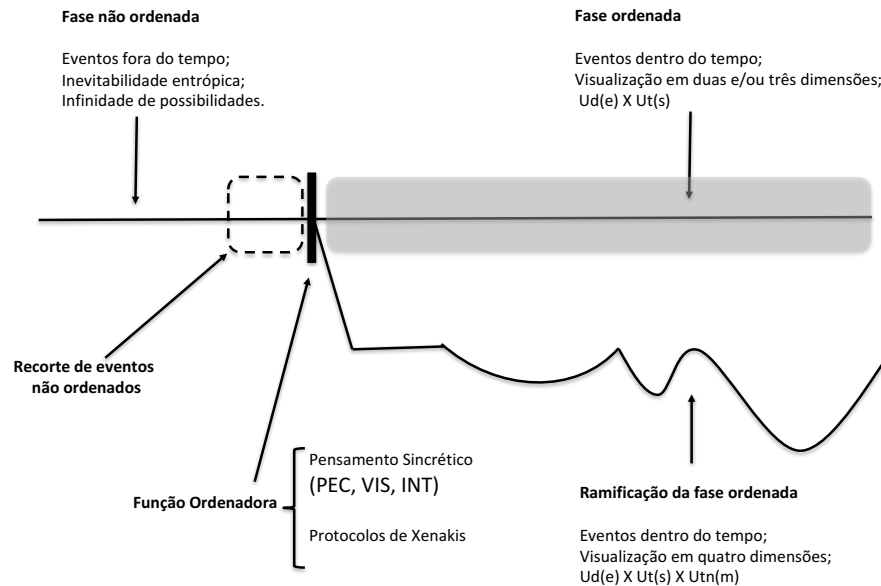


Figura 1 – Demonstração das fases da superfície do *Domínio Sonoro*

3. Tempo no Domínio Sonoro e seus modelos matemáticos:

A ativação da função ordenadora, organiza na superfície entidades que estão fora do tempo em entidades dentro do tempo. A partir dessa organização, são lançadas as perspectivas do DS acerca do tempo/espço musical. Consequentemente, nessa superfície agora ordenada, surgem estruturas temporalmente sistematizadas. A temporalidade objetivada pelo DS, resulta da relação biunívoca entre eventos equidistantes e seus acontecimentos no tempo físico. Nesse âmbito específico, os eventos, entendidos como unidades de distância, podem ser associados a gestos, contornos, figuras rítmicas, dinâmicas etc. Isto é, uma vez determinado o evento e a ele agregado qualidade simétrica espacial, este torna-se uma unidade de distância (Carnap 1995)⁸. Nesse sentido, os eventos são unidades de medição da superfície ordenada do DS (Figura 2 e 3).

⁸ De acordo com Carnap, distâncias são mensuráveis a partir de um esquema triplo de leis. A primeira lei define igualdade, a segunda lei define adição e a terceira define unidade. Para maiores informações, ver CARNAP, 1995. Capítulos VII “*Extensive Magnitudes*” e VIII “*Lengths*”.

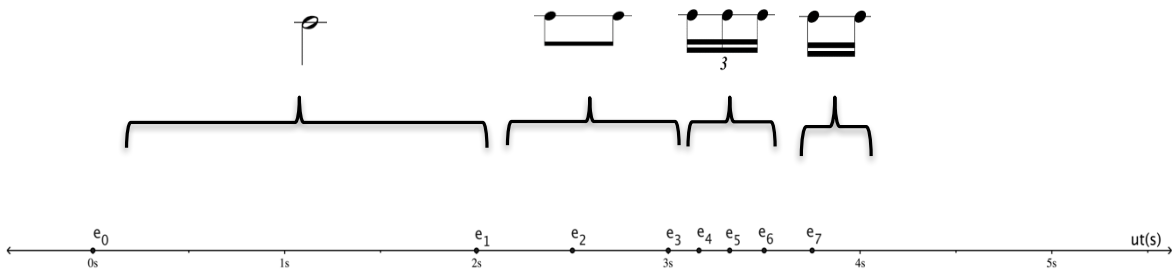


Figura 2 – Representação de figuras de notas como eventos em um eixo temporal unidimensional.

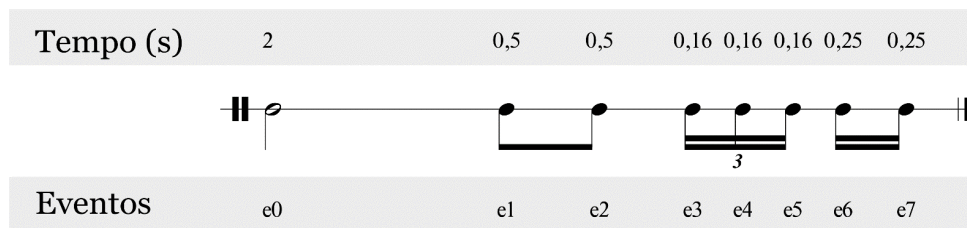


Figura 3 – Representação dos eventos como unidades de distância.

O que se propõe a seguir, é um gráfico bidimensional, plotando no eixo y os eventos, ou seja, unidades de distância ($ud(e)$) da superfície, e no eixo x o fluxo temporal (medido em segundos e relacionado à unidade de tempo, $ut(s)$), que mapeie o comportamento dos eventos através de modelos matemáticos. O conceito de *Curvas de Perturbação*⁹ surge a partir da verificação dos modelos matemáticos e se dá em três níveis.

*Índices de Perturbação*¹⁰: São os pontos que representam mudanças de coeficiente linear entre as retas obtidas (Figura 3). Os pontos para formação da reta são obtidos tomando um a um até que seja revelado a mudança de coeficiente linear entre as retas obtidas. Propomos o seguinte modelo matemático que indique o índice de perturbação:

I_p : se, $m(r_n) > m(r_{n+1})$ ou, $m(r_n) < m(r_{n+1})$, $|\varnothing = \tan^{-1} m$, onde m simboliza o coeficiente angular da reta r_n .

Estes dados revelam que uma sucessão de eventos que acumulem a mesma quantidade de tempo não oferece perturbação à superfície ordenada do DS, enquanto dois ou mais eventos com durações diferentes revelarão maior nível de perturbação, por exemplo. Essa constatação apresenta a perspectiva do DS acerca do tempo e espaço em música. Ou seja, na porção de superfície ordenada do DS, a perturbação está ligada à taxa de variação da relação evento/tempo¹¹.

⁹ Concepção original do autor.

¹⁰ Concepção original do autor.

¹¹ Pode-se obter um gráfico com duas curvas simultâneas tomando ao mesmo tempo parâmetros como dinâmica e harmonia, por exemplo.

Índices de Perturbação: $Ip: se, m(r_n) > m(r_{n+1}) \text{ ou } m(r_n) < m(r_{n+1}), | \phi = \tan^{-1} m$

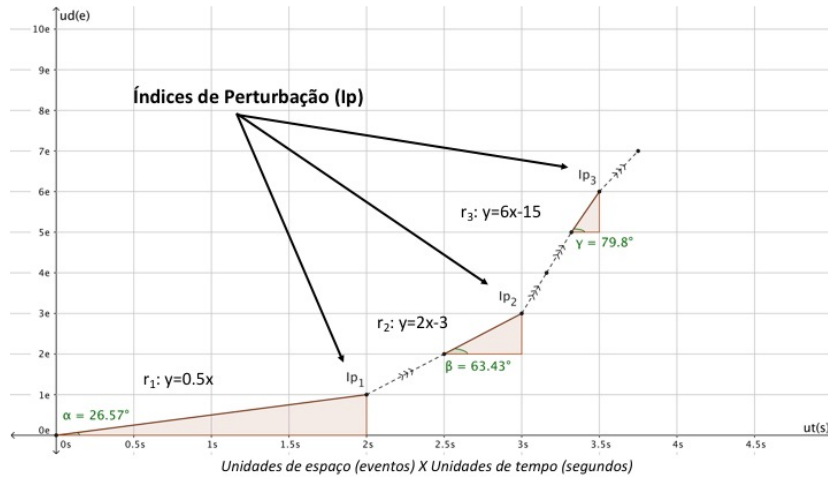


Figura 4 – Representação gráfica dos Índices de Perturbação.

*Velocidade de Perturbação*¹²: Ao plotarmos os pontos no gráfico bidimensional, surgem funções de primeiro grau, retas entre dois índices de perturbação consecutivos, que representam a trajetória dos eventos no tempo. Derivando função posição de cada evento, surgem pontos que representam mudanças de velocidade entre cada trecho da trajetória (Figura 4). Propomos o seguinte modelo matemático que indique a velocidade da perturbação: $Vp_n = f'(x_n)$, onde x_n representa a função que descreve a trajetória entre os pontos Ip_n e Ip_{n+1} .

Velocidade de Perturbação: $Vp_n: f'(x_n) = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{dy}{dx}$

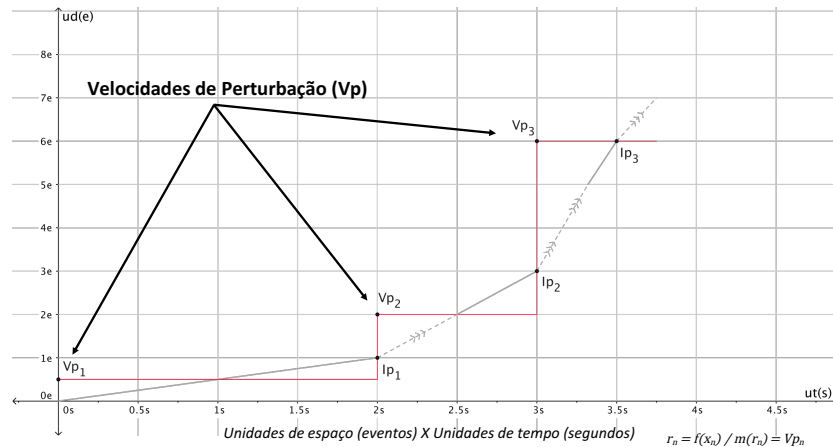


Figura 5 – Representação gráfica das Velocidades de Perturbação.

¹² Concepção original do autor.

*Fator de Perturbação*¹³ : É a área sob curva que passa pelos pontos da velocidade de perturbação. Primeiro, através da interpolação polinomial¹⁴, obtem-se a função que descreve a curva que passa pelos pontos das velocidades. Utilizando a fórmula da integral definida, um número real será revelado. No âmbito do DS, impomos ao fator de perturbação o status de grandeza, assim, o valor obtido revelará a perturbação da superfície no trecho envolvido (Figura 5). Propomos o seguinte modelo matemático para a verificação do fator de perturbação: $k_p = \int_a^b F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n F(x_i) \Delta x$, onde $k \in \mathfrak{R}$, e $F(x) : [V_{p_n}, V_{p_{n+1}}]$

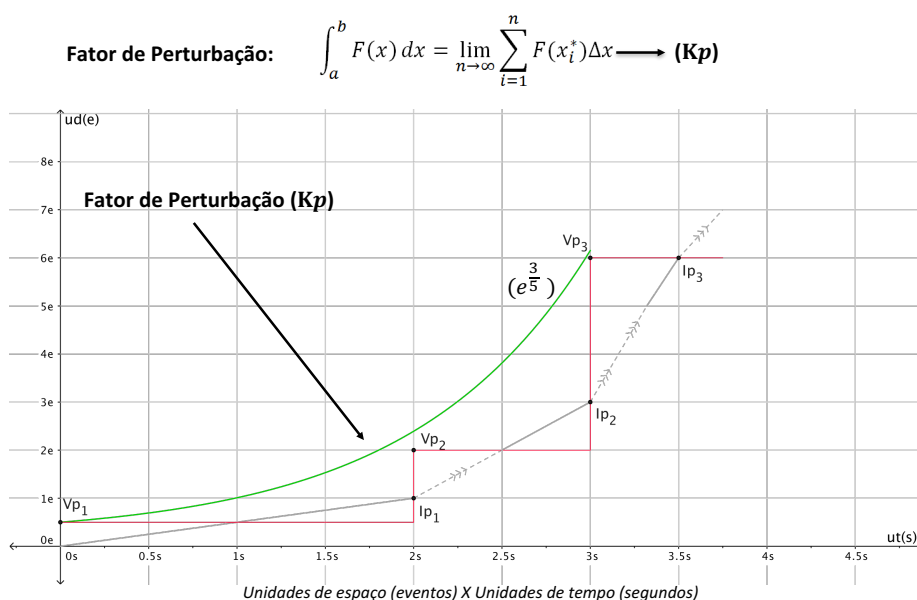


Figura 6 – Representação gráfica dos fatores de perturbação.

Iniciamos este artigo propondo um experimento mental. Lançamos a ideia de que modelos matemáticos descrevem uma porção da realidade, apesar de sua total validade no mundo real. Isto, porque o modelo é validado exatamente pela porção da realidade que ele representa. Então, qual a porção da realidade que o modelo matemático não descreve? Assumimos no início do presente trabalho que não controlamos o tempo real através de modelos matemáticos no universo sonoro. O tempo real é linha que conecta nossas experiências no mundo físico. Voltemos ao experimento: se estivéssemos numa sala preparada, observando um homem jogar a bola, medindo a altura e a massa da bola, e os resultados do arremesso, certamente as equações da Lei de conservação de energia seriam mais uma vez provadas. Contudo, se ampliarmos o foco para todas as pessoas da sala, todos os movimentos que o público realizasse? E se expandirmos para as ruas, os movimentos dos carros? E ainda mais, se expandirmos para o movimento dos astros e planetas? O tempo real é o que conecta todos estes cenários e não é levado em conta nas equações da Lei de conservação de energia. Por esta razão, o modelo matemático descreve um recorte da realidade. O universo musical não está fora desta constatação. Uma partitura

¹³ Concepção original do autor.

¹⁴ Pode-se obter a curva através de aplicativos computacionais.

é um modelo que descreve um recorte de tempo. Muitas ações fora das especificações técnicas da partitura, estão em jogo no momento da experiência, da performance, seja para o público, para o intérprete, ou até para o próprio compositor.

Desta maneira, no âmbito do DS, o tempo musical possui uma característica fundamental: ele é apenas um recorte metrificado do tempo real, é resultado de um conjunto de medições metatemporais, transformando-o em metatempo ou aqui chamado de *tempo sonoro*¹⁵. Por esta razão os modelos matemáticos aqui propostos descrevem os movimentos da superfície, pois lidamos com o tempo sonoro. Mesmo na ramificação da fase ordenada, onde possivelmente a superfície sofrerá distorções, os modelos ainda considerarão o tempo sonoro e descreverão os movimentos. Portanto, no contexto do DS, consideramos o tempo sonoro, um recorte do tempo real.

4. Conclusões:

Os modelos matemáticos propostos pelo DS, foram verificados positivamente no que diz respeito a descrição dos movimentos na fase ordenada da superfície. Através dos dados coletados, verificamos a validade positiva do modelo. Contudo, observamos que o manuseio das ferramentas aqui apresentadas, sobretudo com aplicação em modelagem sistêmica, é de pouca aplicabilidade dado a densidade das operações envolvidas. Consideramos que a confecção de um aplicativo computacional poderá devolver a qualquer usuário o controle das operações e manipulações dos resultados.

5. Referências Bibliográficas

- Boulez, Pierre. A Música Hoje. 3a Ed. São Paulo. Perspectiva, 2002.
- Canap, Rudolf. An Introduction to the philosophy of science. Ed. By Martin Gardner. New York. Dover Publications. 1995.
- Xxxxxx, xxxxxxxxxxxx 2015b.
- Halac, Jose. Pensamiento Sincrético. 2013. Avaliable at <http://www.josehalac.com.ar/research.html>.
- Hasty, Christofer. Meter as Rhythm. New York. Oxford University Press, 1997.
- Kramer, Jonathan. D. The Time of Music: new meanings, new temporalities, new listening strategies. New York. Schirmer Books, 1988.
- Meyer, Leonard, B. Emotion and Meaning in Music. Chicago. University of Chicago Press, 1956.
- Morgam, Robert. Musical Time/Musical Space. Critical Inquiry, 6. 1980.p. 527-38.
- Reinhabach, Hans. The direction of time. Berkeley: University of California Press, 1956.
- Rothstein William. Rhythm and the Theory of Structural Levels. Ph.D. dissertation. Yale University, 1981.
- Smolin, Lee. Time Reborn. New York. Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company, 2013.
- Stravinsky, Igor. The Poetics of Music, trans. Arthur Knodel and Ingolf Dahl. New York. Vintage, 1947.
- Stockhausen, Karlheinz. The Concept of Unity in Electronic Music, trans. Elaine Barkin. In Benjamin Boretz and Edward T. Cone, eds. Perspectives on Contemporary Music Theory. New York. Norton, 1972. p. 214-25.

¹⁵ Concepção do presente autor..

Xenakis, Iannis. *Formalized Music*. Bloomington. Indiana University Press, 1990.